

## Spyruoklės judėjimo matematinų modelių analizė 2

### Matematinis modelis.

Nagrinėkime automobilio amortizatorių ir smūgio sugėrėjų matematinį modelį

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \eta \frac{dx}{dt} + kx = P_m \sin\left(\frac{2\pi v}{D} t\right), \quad (1)$$

$$x(0) = x_0, \quad \frac{dx}{dt}(0) = v_0, \quad (2)$$

čia  $m = 1000$  yra automobilio svoris,

$\eta = 1 \cdot 10^4$  – smūgio sugėrimo koeficientas,

$k$  yra amortizatorių spyruoklės standumas,  $1 \cdot 10^6 \leq k \leq 2 \cdot 10^6$ .

$P$  – kelio nelygumų poveikio jėgos stiprumas,

$v$  yra automobilio greitis,

$D = 20$  – atstumas tarp dviejų kelio nelygumų keturų.

Automobilio pusiausvyros padėtį atitinka sprendinio reikšmė  $x(t) = 0$ .

### Projekto užduotys.

1. Nagrinėkite sistemos vidinius svyravimus, po to kai automobilis pervažiuo kelio nelygumus. Visais atvejais  $x(t) \rightarrow 0$ , kai  $t \rightarrow \infty$ .

Išskirsime tris atvejus:

a)  $0 < \eta < 2\sqrt{km}$  (per mažai slopinama sistema)

b)  $\eta > 2\sqrt{km}$  (per stipriai slopinama sistema)

c)  $\eta_c = 2\sqrt{km}$  (kritinis slopinimas)

Apibrėžiame tokias svarbias automobilio charakteristikas:

$p = \sqrt{\frac{k}{m}}$  yra sistemos nuosavųjų svyravimų dažnis.

$\eta/\eta_c$  yra smūgio sugėrimo daugiklis.

2. Nagrinėsime periodinės išorinės jėgos poveikį:

$$f(t) = P_m \sin(\omega t).$$

Stacionarų automobilio atsilenkimą nuo pusiausvyros padėties, kai veikia jėga  $P_m$ , pažymėsime  $d_m = P_m/k = 0.1m$ .

Raskite lyties (1) atskirąjį sprendinį

$$x(t) = x_m \sin(\omega t - \phi).$$

Jis apršo taip vadinamus pastoviuosius (staacionarius) sistemos svyravimus, kai nebelieka pradinių sąlygų poveikio.

Raskite svyravimų amplitudės augimo daugiklį  $x_m/d_m$ , aptarkite nuo ko jis priklauso.

3. Automobilio parametrų optimizavimas.

Klientai pageidauja, kad automobilio pakabos sistema būtų per mažai slopinama.

Jeigu automobilis po kliūties yra išvestas iš pusiausvyros padėties ( $x_0 > 0, v_0 = 0$ ), tai pirmą kartą jis turi kirsti pusiausvyros padėties tašką  $x(t) = 0$  po  $0.05s$ . Kadangi  $m$  ir  $\eta$  jau yra fiksuoti, tai galime parinkti tik amortizatorių standumo koeficientą  $k$ .

Patikrinti, kokiame greičių intervale išorinių jėgų sukeltų svyravimų amplitudė yra nedidesnė už  $0.2$  m.